

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тихоокеанский государственный университет»

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ПРИ ПОМОЩИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА**

Методические указания к выполнению лабораторной работы № 2  
для студентов, изучающих физику

Составители:

- Казарбин А.В., *доцент кафедры физики*
- Насыров В.В., *доцент кафедры физики*
- Драчёв К.А., *доцент кафедры физики*

Хабаровск  
Издательство ТОГУ  
2019

**Цель работы:** изучить гармонические колебания; исследовать зависимость периода колебаний математического маятника от условий эксперимента.

**Задачи:** научиться экспериментально определять основные характеристики гармонических колебаний; освоить метод определения ускорения силы тяжести при помощи математического маятника.

**Приборы и принадлежности:** штатив, линейка, секундомер, штангенциркуль, нить, шарик из любого материала.

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Колебания – это движения или процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени.

Периодическим называется такое колебание, у которого каждый цикл в точности воспроизводит любой другой цикл.

Периодом колебания  $T$  называется время, за которое совершается одно полное колебание (цикл).

Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса:

$$x = A \sin (\omega t + \varphi_0).$$

Амплитудой  $A$  называется максимальное значение колеблющейся величины.

Частотой  $\nu$  называется количество колебаний, совершаемых в единицу времени.  $\nu$  – величина, обратная периоду колебаний:  $\nu = 1/T$ .

$\omega$  – циклическая частота колебаний:  $\omega = 2\pi\nu$ .

$(\omega t + \varphi_0)$  – фаза колебаний. Фаза колебаний зависит от того, какой момент времени принят за начало отсчета.

$\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

Независимо от природы сила, вызывающая гармонические колебания, пропорциональна смещению и направлена в сторону, противоположную смещению (упругая или квазиупругая сила):

$$F = - kx , \tag{1}$$

где  $k$  - коэффициент пропорциональности (в случае упругой силы  $k$  - коэффициент жесткости).

Простейшим примером гармонических колебаний является движение тела малых размеров (шарик), подвешенного на длинной невесомой и нерастяжимой нити и совершающего отклонения на малые углы в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. Такое тело называется математическим маятником.

Если два одинаковых маятника отклонить и затем отпустить не одновременно, то колебания будут сдвинуты по времени. Про колебания одинаковой частоты, но смещенные по времени, говорят, что они сдвинуты по фазе.

Если под колеблющимся маятником двигать лист бумаги с постоянной скоростью в направлении, перпендикулярном к плоскости колебаний,

то проекция маятника на лист будет представлять собой волнистую линию (рис. 1), называемую осциллограммой. Амплитуда колебаний изображается отрезком АВ, отрезок CD характеризует период колебаний.

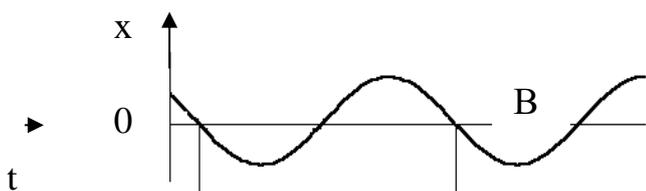


Рис. 1

имеется устойчивое положение равновесия. У маятника – это то положение, при котором центр масс находится на вертикали под точкой подвеса, и сила тяжести  $mg$  полностью уравнивается силой натяжения нити  $T_1$  (рис. 2, точка А).

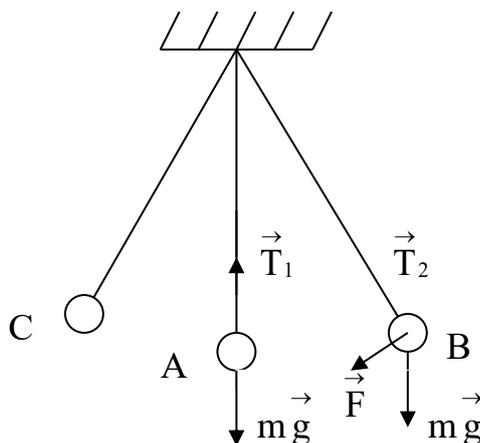


Рис. 2

В крайней точке отклонения (точки В и С) составляющая силы тяжести  $mg \cos \alpha$ , направленная вдоль нити, уравнивается силой натяжения нити  $T_2$ . Другая составляющая  $F = -mg \sin \alpha$ , перпендикулярная нити, стремится вернуть маятник в положение равновесия. Эта сила является возвращающей силой, на что указывает знак минус.

При малых значениях  $\alpha$  ( $\sin\alpha \approx \alpha$ ) длина дуги  $S_{AB}$  и отрезок прямой  $x_{AB}$  практически равны и

$$F = - mg \frac{S}{l} \approx - mg \frac{x}{l}. \quad (2)$$

Если обозначить  $k = mg/l$ , (3)

то возвращающая сила  $F$  примет форму (1), т.е.  $F$  является квазиупругой силой. По мере приближения к положению равновесия она будет уменьшаться и в положении равновесия обратится в нуль. Таким образом, через положение равновесия маятник проходит по инерции.

Используя второй закон Ньютона, с учетом уравнений (2) и (3) можно записать

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = - kx,$$

или

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) является дифференциальным уравнением гармонических колебаний. Решение такого уравнения имеет вид

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где  $\omega = \sqrt{k/m}$  (5)

является циклической частотой гармонических колебаний. В случае математического маятника из (3) и (5)

$$\omega = \sqrt{g/l}. \quad (6)$$

Учитывая, что  $\omega = 2\pi/T$ , получим формулу периода собственных колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{l/g}. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что период колебаний маятника зависит только от длины маятника  $l$  и ускорения свободного падения  $g$ . На зависимости периода колебания маятника от ускорения силы тяжести основан способ определения этого ускорения. Известно, что ускорение силы тяжести зависит от географической широты места (в Хабаровске  $g = 980,929 \text{ см/с}^2$ ). Измерение периода колебаний маятника позволяет обнаружить и более тонкие

различия в значении  $g$  на земной поверхности. Оказывается, что даже на одной параллели величины  $g$  в разных точках земной поверхности различны. Аномалии в распределении ускорения силы тяжести связаны с неравномерной плотностью земной коры. Они используются для обнаружения залегания в толще земной коры каких-либо полезных ископаемых. В соединении с данными об аномалии земного магнитного поля эти гравиметрические данные позволили установить распределение залегания железных масс, обуславливающих, например, Курскую магнитную и гравитационную аномалии.

## УКАЗАНИЯ К ИЗМЕРЕНИЯМ

**Внимание!** Для выполнения данной лабораторной работы необходимо выбрать любое тело небольшого размера (шарик, кольцо, гайка и т.п., шарик можно слепить из пластилина) и подвесить его на нити.

1. Экспериментально период колебания определяется по формуле

$$T = \frac{t}{n} \quad (8)$$

где  $n$  - число полных колебаний;  $t$  - время, за которое совершаются эти колебания. Время  $t$  необходимо определить с помощью секундомера, можно использовать секундомер смартфона/телефона.

2. Для измерения времени колебаний маятника необходимо отвести шарик из положения равновесия и отпустить его, предоставив ему возможность свободно колебаться. Убедившись, что колебания происходят в одной плоскости, пускают в ход секундомер в момент наибольшего отклонения маятника и отсчитывают время, в течение которого маятник совершает  $n = 20$  полных колебаний.
3. Длина маятника определяется величиной  $l$  - длиной от точки подвеса до тела до его центра масс. Для этого лучше брать тело симметричной формы, чтобы середина тела совпадала с его центром масс.
4. Амплитуда колебания определяется приблизительно по миллиметровой шкале линейки как максимальное смещение от положения равновесия центра тела.
5. При всех измерениях угол отклонения должен быть мал ( $\alpha \approx 4 \div 6^\circ$ ).

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Установить на подвесе маятник так, чтобы длина  $l$  была равна 100 см. Отвести маятник от положения равновесия так, чтобы точка закрепления шарика на нити сместилась на расстояние  $X_0 = 10-12$  см. Отпустить

маятник и измерить время  $t$  в течении которого совершаются  $n = 20$  полных колебаний. По формуле (8) определить период колебаний маятника  $T$ , а по формуле  $\omega = 2\pi/T$  – циклическую частоту колебаний. В этом случае амплитуда колебаний  $A$  будет равна  $X_0$ , а начальная фаза колебаний, согласно формулы (5), в момент времени  $t = 0$  будет равна  $\varphi_0 = \arcsin(X_0/A) = \pi/2$ .

2. Результаты измерений занести в табл. 1.

Таблица 1

t, с	n	T, с	$\omega, \text{с}^{-1}$	A, мм	$x_0, \text{мм}$	$\varphi_0, \text{град}$

3. Записать в единицах СИ уравнение колебания математического маятника в виде  $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$  м, и построить график этого колебания.
4. Определить периоды колебания двух маятников одинаковой длины, имеющих разные массы, и убедиться в независимости периода колебания математического маятника от массы. Для этого повторить измерения по п. 1-2 для тела другой массы (заменить тело)
5. Оставить на подвесе любой из маятников. Установить длину маятника  $l = 100$  см. Для данной длины  $l$  измерить время  $t$ , в течение которого совершаются  $n = 20$  полных колебаний. По формуле (8) определить период колебаний маятника  $T$ . Результаты измерений занести в табл. 2.
6. Уменьшая длину нити на 150-200 мм повторить измерения по п. 5 три раза. Результаты измерений занести в табл. 2.

Таблица 2

№	$l, \text{мм}$	$\sqrt{l}, \text{мм}^{\frac{1}{2}}$	n	t, с	T, с	$g, \text{м/с}^2$
1	●	●		●	●	●
2	●	●		●	●	●
3	●	●		●	●	●
4	●	●		●	●	●
ср.			●			●

7. Построить график зависимости периода  $T$  от  $\sqrt{l}$ , убедиться, что зависимость линейная.
8. По результатам табл. 2, используя формулу

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = 4\pi^2 \frac{l n^2}{t^2} \quad (9)$$

получить значения ускорения силы тяжести  $g_1, g_2, g_3, g_4$  для каждой длины маятника. Среднее значение  $g_{\text{ср}}$  сравнить с табличным значением  $g$  для вашего города.

9. Сделать вывод

## Контрольные вопросы:

1. Какие колебания называются гармоническими? Дайте определение их основных характеристик.
2. Что называется математическим маятником?
3. Под действием какой силы совершает колебания математический маятник?
4. По какой формуле рассчитывается период колебаний математического маятника?
5. Запишите формулу для расчета полной энергии гармонического колебания, поясните ее смысл.
6. Запишите уравнение гармонических колебаний, изобразите его графически, укажите на графике основные характеристики.
7. Почему шарик на нити можно считать математическим маятником?
8. Вывести дифференциальное уравнение колебаний математического маятника.
9. Вывести формулу периода колебаний математического маятника.
10. Чему равны период и амплитуда колебаний потенциальной энергии математического маятника?
11. Какие существуют способы задания гармонических колебаний?
12. Какое тело можно назвать физическим маятником? Почему?
13. Покажите, что дифференциальное уравнение колебаний математического маятника является частным случаем уравнения для физического маятника.
14. Как изменится период колебаний математического маятника, если его точку подвеса двигать вертикально вверх с ускорением  $a < g$ ?
15. Докажите аналитически и графически выполнимость закона сохранения механической энергии в гармонических колебаниях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1999. С 255 - 261, 265.
2. Ландсберг Г.С. Элементарный учебник физики. М.: Наука, 1975. С 15-32.
3. Кабардин О.Ф. Справочные материалы. М.: Просвещение, 1991. С 214 - 221.
4. Иверонова В.И. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. М.: Наука, 1967. С 54 - 58.
5. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики. М.: Высшая школа, 1970. С 88 - 91.

**ОБРАЗЕЦ ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**  
**(Отчет оформляется в рукописном виде,**  
**к отчету приложить электронную фотографию маятника)**

Лабораторная работа № 2

**Определение ускорения силы тяжести  
при помощи математического маятника**

**Цель работы:** изучить гармонические колебания; исследовать зависимость периода колебаний математического маятника от условий эксперимента.

**Задачи:** научиться экспериментально определять основные характеристики гармонических колебаний; освоить метод определения ускорения силы тяжести при помощи математического маятника.

**Приборы и принадлежности:** штатив, линейка, секундомер, штангенциркуль, нить, шарик из любого материала.

Таблица 1

Основные метрологические характеристики приборов

Прибор	Диапазон измерений	Цена деления	Погрешность $\Delta X_{пр}$
Секундомер			
Линейка			
Штангенциркуль			

**Основные понятия и законы**

Колебания – это движения или процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени.

Периодическим называется такое колебание, у которого каждый цикл в точности воспроизводит любой другой цикл.

Периодом колебания  $T$  называется время, за которое совершается одно полное колебание (цикл).

Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Амплитудой  $A$  называется максимальное значение колеблющейся величины.

Группа ____	ФИО	Шифр (Номер ЗК)	Лист __
-------------	-----	--------------------	---------

Частотой  $\nu$  называется количество колебаний, совершаемых в единицу времени.  $\nu$  – величина, обратная периоду колебаний:  $\nu = 1/T$ .

$\omega$  – циклическая частота колебаний:  $\omega = 2\pi\nu$ .

$(\omega t + \varphi_0)$  – фаза колебаний. Фаза колебаний зависит от того, какой момент времени принят за начало отсчета.

$\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

### Описание метода измерений и установки

Расчетная формула для определения ускорения силы тяжести

$$g = 4\pi^2 \frac{1}{T^2} = 4\pi^2 \frac{(l + r_{cp})n^2}{t^2},$$

Здесь  $T$  – период колебания;  $l$  – длина математического маятника.

### Результаты измерений

1. Определение основных характеристик гармонического колебания.

Таблица 2

t, с	n	T, с	$\omega, \text{с}^{-1}$	A, мм	$x_0, \text{мм}$	$\varphi_0, \text{град}$

$$\varphi_0 = \arcsin(x_0/A),$$

где  $x_0$  - смещение в момент времени, принятый за начало отсчета.

Уравнение колебания маятника

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ м.}$$

Осциллограмма.

2. Измерение периодов колебания маятников различной длины.

Таблица 3

№	$l', \text{мм}$	$D, \text{мм}$	$I = \bar{l} + r, \text{мм}$	$\sqrt{l}, \text{мм}^{\frac{1}{2}}$	n	t, с	T, с	g, $\text{м/с}^2$
1	•	•	•	•		•	•	•
2	•	•	•	•		•	•	•
3	•	•	•	•		•	•	•
ср.		•			•			•

Группа ____	ФИО	Шифр (Номер ЗК)	Лист ____
-------------	-----	--------------------	-----------

График зависимости  $T$  от  $\sqrt{l}$ .  
Расчетное значение ускорения силы тяжести.  
Выводы:

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1999. С 255 - 261, 265.
2. Ландсберг Г.С. Элементарный учебник физики. М.: Наука, 1975. С 15 - 32.
3. Кабардин О.Ф. Справочные материалы. М.: Просвещение, 1991. С 214 - 221.
4. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики. М.: Высшая школа, 1970. С 88 - 91.

Группа ____	ФИО	Шифр (Номер ЗК)	Лист __
-------------	-----	--------------------	---------